

GAMA – ZELENI LIST 1

BODOVANJE:	TOČAN ODGOVOR:	10 BODOVA
	NETOČAN ODGOVOR:	-5 BODOVA
	BEZ ODGOVORA :	0 BODOVA

1. $\sqrt{a \cdot \sqrt[3]{a^2 \cdot \sqrt[3]{a}}} \cdot a^{\frac{1}{9}} =$
- A. $a^{\frac{1}{18}}$ B. $a^{\frac{7}{18}}$ C. a D. a^2 E. $a^{\frac{8}{81}}$
2. Zbroj kvadrata rješenja jednadžbe $|2x| + x = 3$ iznosi:
- A. 9 B. 10 C. 13 D. 25 E. 29
3. Skup svih rješenja nejednadžbe $1 < \frac{3-x}{2+x}$ je u intervalu :
- A. $\left\langle -\frac{1}{3}, \frac{1}{2} \right\rangle$ B. $\left\langle -\infty, -2 \right\rangle$ C. $\left\langle -2, \frac{1}{2} \right\rangle$ D. $\langle -2, 3 \rangle$ E. $\left\langle -\frac{1}{3}, \infty \right\rangle$
4. $\log 1.5 - \log 0.15 =$:
- A. -1 B. 10 C. 1 D. 0.1 E. -10
5. Koja od sljedećih relacija nije istinita?
- A. $\cos(-x) = \cos x$
B. $\operatorname{tg} 5x \cdot \operatorname{ctg} 5x = 1$
C. $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$
D. $\operatorname{tg}(x + \pi) = \operatorname{tg} x$
E. $\sin(-x) = \sin x$

TREĆI FESTIVAL MATEMATIKE
OTVORENO EKIPNO NATJECANJE, PULA 28.5.2009.

6. Ako je $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$, onda je $\sin 2x =$

- A. 2 B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\sqrt{2} + 1$ D. 1 E. $\sqrt{2} - 1$

7. U nizu $\sqrt{2}, \sqrt{3} - \frac{1}{4}, \sqrt{4} - \frac{1}{\sqrt{2}}, \dots$ prvi član s negativnim predznakom je:

- A. 7. B. 18. C. 9. D. 10. E. 11. po redu

8. Zbroj 5 uzastopnih neparnih prirodnih brojeva je 55. Njihov najmanji zajednički višekratnik je:

- A. 675675 B. 135135 C. 45405 D. 40545 E. ništa od navedenog

9. Pravci $4ax - y - 6 = 0$ i $3x + 2ay - 9 = 0$ sijeku se na osi apscisa, ako je a jednako:

- A. 0.5 B. 1.5 C. 2.5 D. 3.5 E. 4

10. Kolika je udaljenost točke $T(3, -1)$ od kružnice $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$?

- A. $2\sqrt{2}$ B. 4 C. 3 D. $\sqrt{10}$ E. $2\sqrt{3}$

11. U uspravnoj pravilnoj šesterostranoj piramidi bočni brid je dvostuko veći od brida baze.

Pobočka zatvara s bazom kut alfa takav da je:

- A. $\operatorname{tg} \alpha = 5$ B. $\operatorname{tg} \alpha = 4$ C. $\operatorname{tg} \alpha = 3$ D. $\operatorname{tg} \alpha = 2$ E. $\operatorname{tg} \alpha = 1$

12. Da bi jednadžba $2x^2 - (4a+1)x + 3(2a-1) = 0$ imala dva realna različita rješenja, parametar a mora biti:

- A. $a \neq \frac{\xi}{\sigma}$ B. $a < 1$ C. $a > \gamma$ D. $a \neq \frac{1}{3}$ E. $a \neq \frac{5}{4}$

13. Ako je $f(x)=3$, koliko je $f(x-1) + f(x+1) = ?$

- A. 6 B. 8 C. 18 D. $f^4(x)$ E. ništa od navedenog

14. Ako je $2x + y = 10$, koliko je $8x^2 + 8xy + 2y^2 - 3$?

- A. 203 B. 17 C. 14 D. 197 E. ništa od navedenog

15. Ako je $x = \sqrt{3}^{\sqrt{2}}$ i $y = \sqrt{5}^{\sqrt{2}}$ koliko je $(x^2 - y^2)^2$?

- A. -4 B. 4 C. $\sqrt{3} - \sqrt{5}$ D. $\sqrt{5} - \sqrt{3}$ E. ništa od navedenog

TREĆI FESTIVAL MATEMATIKE
OTVORENO EKIPNO NATJECANJE, PULA 28.5.2009.

GAMA – PLAVI LIST 2

BODOVANJE:	TOČAN ODGOVOR:	20 BODOVA
	NETOČAN ODGOVOR:	-10 BODOVA
	BEZ ODGOVORA :	0 BODOVA

- 16.** Rješenje jednadžbe $\sqrt{x+1} - \sqrt{x-4} = 1$ nalazi se u intervalu
- A. $x < 0$ B. $0 \leq x < 3$ C. $3 \leq x < 6$ D. $6 \leq x < 9$ E. $x \geq 9$
- 17.** Koliki je parametar m u jednadžbi $mx^2 + x + 4m = 0$ ako je zbroj njenih rješenja jednak dvostrukom umnošku tih rješenja?
- A. 4 B. $-\frac{1}{4}$ C. 8 D. $-\frac{1}{8}$ E. -8
- 18.** Izvodnica uspravnog stošca zatvara s bazom stošca kut od 60° . Površina kugle upisane u taj stožac iznosi 3π cm². Duljina izvodnice je:
- A. 5.3 cm B. 3.2 cm C. 3 cm D. 3.8 cm E. ništa od navedenog
- 19.** Duljine stranica trokuta su $a = p^2 + p + 1, b = p^2 + 2p, c = 2p + 1$, p je poznati broj. Srednji po veličini kut u trokutu iznosi:
- A. 45° B. 60° C. 75° D. 30° E. ništa od navedenog
- 20.** Vrijednost izraza $36^{\log_6 5} + 10^{1-\log 2} - 3^{\log_9 36}$ jednaka je:
- A. 24 B. 36 C. 10 D. 8 E. ništa od navedenog
- 21.** Neka je S skup svih rješenja nejednadžbe $4x - 1 > 3$, a T skup svih rješenja nejednadžbe
- $$\frac{x-1}{2x-4} < 0.$$
- Onda je:
- A. $S = \emptyset$ B. $T = \emptyset$ C. $S \setminus T = \emptyset$ D. $T \setminus S = \emptyset$ E. $S \cap T = \emptyset$
- 22.** Funkcija $f(x) = ax^2 + bx + c$ ima za $x = 1$ najmanju vrijednost -8, a za $x = 3$ ima vrijednost 0. Vrijednost $f(x+1)$ je jednaka:
- A. $3x^2 + x - 1$ B. $3(x-1)^2$ C. $2x^2 - 8$ D. $x^2 - 2x + 1$ E. $2(x+1)^2$
- 23.** Osnovice jednakokračnog trapeza odnose se 2:1, duljina kraka je 2, a kut pri osnovici iznosi 75° . Površina trapeza iznosi:
- A. 9 B. $\sqrt{3}\sqrt{5}$ C. $\sqrt{5}$ D. 4 E. 36
- 24.** Jednadžba $\frac{1}{\sqrt[3]{x}+1} + \frac{1}{(\sqrt[3]{x}+1)^2} + \frac{1}{(\sqrt[3]{x}+1)^3} + \dots = \sqrt[3]{x}$ ima rješenje:
- A. 0 B. 1 C. 2 D. -1 E. ništa od

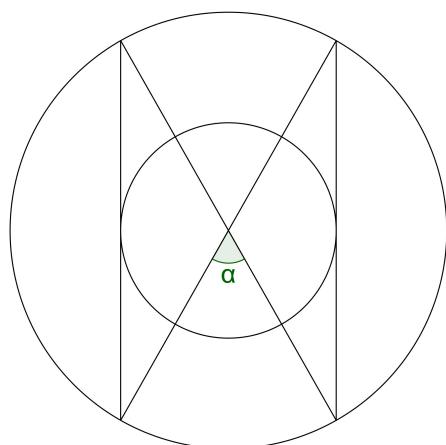
TREĆI FESTIVAL MATEMATIKE
OTVORENO EKIPNO NATJECANJE, PULA 28.5.2009.

navedenog

25. Zbroj rješenja jednadžbe $\sin|2x - \pi| = 1$ iz intervala $(-\pi, \pi)$ je:

- | | | | | |
|--|-------------------------------------|--|-----------------------------|--|
| A. $\frac{\pi}{4}$ | B. $\frac{\pi}{4}$ | C. π | D. π | E. 3π |
| 26. Područje definicije funkcije $f(x) = \frac{\sqrt{4x-x^2}}{\log_2(x^2-1)}$ je: | | | | |
| A.
$(-\infty, -1] \cup [1, \infty)$ | B. $x \geq 4,$
$x \leq 0$ | C.
$0 \leq x \leq \frac{1}{2}$ | D.
$1 < x \leq 2$ | E.
$(1, 4], x \neq \sqrt{2}$ |

27. Ako je polumjer manje kružnice veličine 1, a polumjer veće kružnice veličine 2, kolika je veličina kuta α .



- | | | | |
|------------------------------|----------------------|-----------------------|-------------------------------------|
| A. 0° | B. 60° | C. 120° | D. nije jednoznačno određeno |
| E. ništa od navedenog | | | |

28. Ako je polinom $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + 12$ djeljiv polinomom $R(x) = (x-3) \cdot (x-4)$ tada je $a+b$ jednako:

- | | | | | |
|--------------|-------------|--------------|-------------|-------------|
| A. -1 | B. 1 | C. -2 | D. 4 | E. 3 |
|--------------|-------------|--------------|-------------|-------------|

29. Površina pravokutnog trokuta kojemu dva vrha leže u žarištima hiperbole $x^2 - 4y^2 = 4$, a vrh s pravim kutem na asimptoti, je:

- | | | | | |
|-------------|-------------|----------------------|-------------|----------------------|
| A. 5 | B. 2 | C. $\sqrt{5}$ | D. 3 | E. $\sqrt{7}$ |
|-------------|-------------|----------------------|-------------|----------------------|

30. Prva tri člana geometrijskog niza su $11 - x^{\log x}, x^{\log x} - 5, 7 - x^{\log x}$. Vrijednost x-tog člana je:

- | | | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|--------------------|
| A. 5^9 | B. 9^5 | C. 7^2 | D. 10^5 | E. 5^{10} |
|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|--------------------|

TREĆI FESTIVAL MATEMATIKE
OTVORENO EKIPNO NATJECANJE, PULA 28.5.2009.

GAMA – CRVENI LIST 3

BODOVANJE: TOČAN ODGOVOR: **30 BODOVA**
NETOČAN ODGOVOR: **-15 BODOVA**
BEZ ODGOVORA : **0 BODOVA**

- 31.** Koji je najmanji prirodni broj s 999 znamenaka djeljiv s 11:
- A. 10...0 B. 10....01 C. 10.....010 D. 10...011 E. ništa od navedenog
- 32.** Koliko realnih rješenja ima jednadžba:
- $$(x^{4018} + x^{2009} + 1)(x^{4016} + x^{2008} + 1)(x^{4014} + x^{2007} + 1) \dots (x^2 + x + 1) = 0$$
- A. jedno B. dva C. 2009 D. niti jedno E. ništa od navedenog
- 33.** $a + 2\sqrt{a} + 4\sqrt[4]{a} + 8\sqrt[8]{a} + \dots + 2^n\sqrt[2^n]{a}$ od
- A. 1 B. $(2^{n+1} - 1)\sqrt[2^{n+1}]{a}$ C. $2^{n+1}\sqrt[2^{n+1}]{a}$ D. $(2^{n+1} - 1)\sqrt[2^{n+1}]{na}$ E. ništa od navedenog
- 34.** Koliko različitih rješenja u skupu realnih brojeva ima sustav jednadžbi:
- $$x^2 - 2y = -1; \quad y^2 - 2z = -1; \quad z^2 - 2x = -1?$$
- A. Niti jedno B. jedno C. dva D. više od dva E. ništa od navedenog
- 35.** U nejednadžbi $\frac{25a^2}{4} + 2b^2 + c^2 - 4ab - 3ac - 2b + R < 0$, vrijednost broja c je:
- A. u intervalu $(-1, 0.5)$ B. u intervalu $(ab - 1, ab + 1)$ C. $c > 10$ D. $c = 1$ ili $c = 2$ E. ništa od navedenog
- 36.** Neka je $-1 < a < 1$. Tada je vrijednost izraza $\frac{\sqrt{1+a}}{\sqrt{1+a} - \sqrt{1-a}} + \frac{1-a}{\sqrt{1-a^2} - 1+a} - \frac{\sqrt{1-a^2} - 1}{a}$ jednaka:
- A. 1 B. $a - 1$ C. $a^2 + 1$ D. $a + 1$ E. $\frac{2}{a}$
- 37.** Skup svih realnih brojeva m za koje jednadžba $\sin x = 2m^2 + 3m - 1$ ima rješenje jest:
- A. \mathbb{R} B. $(-\infty, \infty)$ C. $[-2, 0] \cup [4, 5]$ D. $[-2, -1.5] \cup [0, 0.5]$ E. $[2, 7]$
- 38.** Jedno rješenje jednadžbe $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$ je $x = 1$. Zbroj ostalih dvaju je
- A. -2 B. 2 C. 1 D. -1 E. 5
- 39.** Omjer polumjera kružnica upisane i opisane pravilnom sedmerokutu iznosi:
- A. 0.9 B. 0.85 C. 0.8 D. 0.75 E. 0.7

TREĆI FESTIVAL MATEMATIKE
OTVORENO EKIPNO NATJECANJE, PULA 28.5.2009.

- 40.** Koliko se različitih brojeva većih od 334400 može dobiti koristeći sve zadane znamenke samo jedanput?
- A. 90 B. 78 C. 42 D. 48 E. 36
- 41.** Zbroj nultočaka funkcije $f(x) = 1 - \log_{x^2}(8 - 2x)$ je
- A. -2 B. -8 C. 0 D. ne postoji E. ništa od navedenog zbroja
- 42.** Zbroj realnih korijena jednadžbe $(x+1)^{4-x} = (x+1)^{6-x}$ je:
- A. -4 B. 0 C. 2 D. 4 E. ništa od navedenog
- 43.** Područje definicije funkcije $f(x) = \frac{1}{x + \sqrt{x^2 + x}} - \frac{4}{x - \sqrt{x^2 + x}} + \frac{3}{x}$ je interval:
- A. $(-1, 0]$ B. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ C. $\langle 0, +\infty \rangle$ D. $\langle -\infty, -1 \rangle$ E. $x \leq -1$ ili $x > 0$
- 44.** Rješenje jednadžbe $\cos \xi x + \sin \varphi x = 1$ je:
- A. $k\pi$ B. $\frac{k\pi}{\varphi}$ C. $2k\pi$ D. $\frac{k\pi}{4}$ E. nema rješenja
- 45.** Točka A(1,1) polovište je tetive elipse $\xi x^2 + \varphi y^2 = 1$. Jednadžba pravca kojem pripada ta tetiva je:
- A. $\xi x + \varphi y = 1$ B. $x + 2y = 3$ C. $2x + 3y = 5$ D. $x = y$ E. $x + y = 0$